Exm2º0101: Vectores y Cinemática **FÍSICA 2** *28.09.2006*

ALUMNO: ____ **Calificación:**

Marianistas – Compañía de María

1.- La posición de un móvil, en el plano, viene dada por $\vec{r}(t) = 4t^2\,\hat{i} - 8t\,\hat{j}$ en unidades del Sistema Internacional. Determinar, en función del tiempo, la velocidad $\vec{v}$ (t), la rapidez v(t), las aceleraciones $\vec{a}$ (t), a(t), a_t(t) y a_n(t) y el radio de curvatura de la trayectoria R(t).- Para un instante t = 3 s, hallar la posición del punto móvil P(x, y) y los valores de $\vec{v}$, $\vec{a}$, v, a_n a_t y R.

Posición: $\vec{r}(t) = 4t^2\,\hat{i} - 8t\,\hat{j}$ Para t = 3 s, $\vec{r} = 36\,\hat{i} - 24\,\hat{j}$ → P(36, –24)

Velocidad: $\vec{v}(t) = 8t\,\hat{i} - 8\,\hat{j}$ Para t = 3 s, $\vec{v} = 24\,\hat{i} - 8\,\hat{j}$ → v = 25'30 m/s

Aceleración: $\vec{a}(t) = 8\,\hat{i}$ Para t = 3 s, $\vec{a} = 8\,\hat{i}$ → a = 8 m/s²

Rapidez: v(t) = $\sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{64t^2 + 64} = 8\sqrt{t^2+1}$ Para t = 3 s, v = $8\sqrt{10}$ → v = 25'30 m/s

Aceleración tangencial: $a_t(t) = \dfrac{dv}{dt} = \dfrac{d}{dt}\left[8\sqrt{t^2+1}\right] = \dfrac{8t}{\sqrt{t^2+1}}$ Para t = 3 s, $a_t = \dfrac{24}{\sqrt{10}} = 7'59$ m/s²

Aceleración normal: $a_n(t) = \sqrt{a^2 - a_t^2} = \sqrt{64 - \dfrac{64t^2}{t^2+1}} = \dfrac{8}{\sqrt{t^2+1}}$ Para t = 3 s, $a_n = \dfrac{8}{\sqrt{10}}$ = 2'53 m/s²

Radio de curvatura: $R(t) = \dfrac{v^2}{a_n} = \dfrac{64(t^2+1)}{8/\sqrt{t^2+1}} = 8\,(t^2+1)^{3/2}$ Para t = 3 s, R = $8x(10)^{3/2}$ = 253 m

2.- Dados los vectores $\vec{a}$ = (–2, 3, 1) y $\vec{b}$ = (m, –1, 0) calcular el valor de m para que el vector suma $\vec{s} = \vec{a} + \vec{b}$ sea perpendicular al vector $\vec{b}$.

$\vec{s} = \vec{a} + \vec{b}$ = (–2, 3, 1) + (m, –1, 0) = (m – 2) $\hat{i}$ + 2 $\hat{j}$ + $\hat{k}$

La condición de perpendicularidad de $\vec{s}$ y $\vec{b}$ es que su producto escalar sea cero:

$\vec{s}\,\vec{b} = 0$ → (m – 2) m – 2 = 0 (aplicando $s_xb_x + s_yb_y + s_zb_z = 0$)

Resulta la ecuación: $m^2 - 2m - 2 = 0$

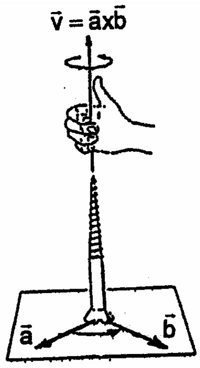
que resuelta da dos posibles soluciones m = 1 ± $\sqrt{3}$ → $\begin{cases} \boldsymbol{m_1 = 1 + \sqrt{3} \cong 2'732} \\ \boldsymbol{m_2 = 1 - \sqrt{3} \cong -0'732} \end{cases}$

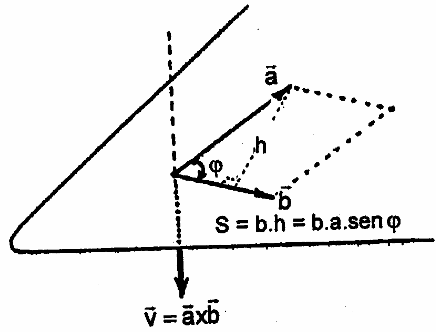
3.- Define producto vectorial de dos vectores.- Explícalo con un dibujo.-
Calcula el producto vectorial de $\vec{a} = -\hat{j} + 2\hat{k}$ por $\vec{b} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$ y expresa su versor (o vector unitario) correspondiente $\hat{u}$.

Dados dos vectores, $\vec{a}$ y $\vec{b}$, se define su **producto vectorial** como un vector $\vec{v}$

- cuyo **módulo** es v = a.b.sen φ siendo φ el ángulo formado por ambos vectores,
- cuya **dirección** es normal al plano determinado por ambos vectores,
- cuyo **sentido** es el de avance de un tornillo que gira del primer vector al segundo por el camino más corto.

Se expresa así: $\vec{v} = \vec{a} \times \vec{b}$ y su módulo así: v = a . b . sen φ





Ejercicio: $\vec{v} = \vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & -1 \end{vmatrix} = -5\,\hat{i} + 4\,\hat{j} + 2\,\hat{k} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{\vec{v} = -5\,\hat{i} + 4\,\hat{j} + 2\,\hat{k}}$

El vector unitario correspondiente a $\vec{v}$ es: $\hat{u} = \dfrac{\vec{v}}{v} = \dfrac{-5\,\hat{i} + 4\,\hat{j} + 2\,\hat{k}}{3\sqrt{5}} = -\dfrac{5}{3\sqrt{5}}\,\hat{i} + \dfrac{4}{3\sqrt{5}}\,\hat{j} + \dfrac{2}{3\sqrt{5}}\,\hat{k}$

$$\rightarrow \quad \boldsymbol{\hat{u} = -\frac{5}{3\sqrt{5}}\,\hat{i} + \frac{4}{3\sqrt{5}}\,\hat{j} + \frac{2}{3\sqrt{5}}\,\hat{k} \quad = \quad -0'745\,\hat{i} + 0'596\,\hat{j} + 0'298\,\hat{k}}$$