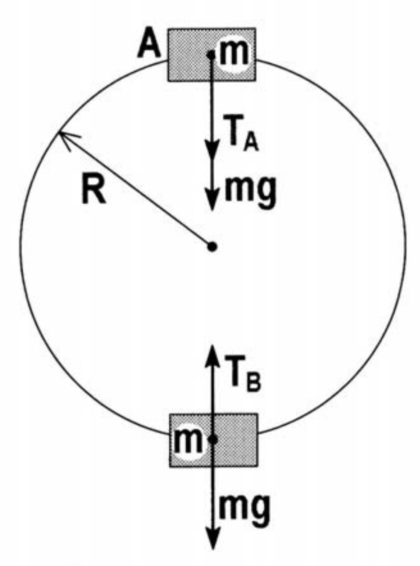
Exm2º0101: Dinámica del punto **FÍSICA 2** **17.10.2006**

ALUMNO: ____ **Calificación:**

Marianistas – Compañía de María

1.- PROBLEMA:

Una piedra, atada a una cuerda de 1'5 m, describe en el plano vertical una trayectoria circular. Cuando la piedra está en su posición más alta A la tensión de la cuerda es T_A = 20 N, y cuando está en el punto más bajo B, T_B = 30 N. Hallar la masa de la piedra y sus velocidades, v_A en el punto más alto y v_B en el punto más bajo.



El movimiento transcurre en un plano vertical. En la figura se dibujan las fuerzas en los puntos más alto A y más bajo B. Como ves, en ambos casos, las resultantes respectivas son centrípetas. Por lo tanto:

$$\left.\begin{array}{l} \text{En A}: T_A + mg = m\dfrac{v_A^2}{R} \\ \text{En B}: T_B - mg = m\dfrac{v_B^2}{R} \end{array}\right\} \Rightarrow mv_B^2 - mv_A^2 = R(T_B - T_A - 2mg)$$

Evaluando la energía mecánica de la piedra, en A y en B:

$E_m(B) = E_m(A) \rightarrow \quad ½\, m v_B^2 = ½\, m v_A^2 + mgh \quad \rightarrow$

$\rightarrow \quad ½\, m v_B^2 - ½\, m v_A^2 = 2\, mgR \rightarrow mv_B^2 - mv_A^2 = 4mgR$

Por tanto: $mv_B^2 - mv_A^2 = R(T_B - T_A - 2mg) = 4mgR$

$\rightarrow \quad 6\, mg = T_B - T_A \quad \Rightarrow \quad m = \dfrac{T_B - T_A}{6g} = \dfrac{10}{6x9'8} =$ ***170 gramos***

$$\text{Velocidades:} \left\{\begin{array}{l} \text{De } T_A + mg = \dfrac{m}{R}v_A^2 \Rightarrow v_A^2 = \dfrac{R}{m}(T_A + mg) \Rightarrow \boldsymbol{v_A = 13'82\ \ m/s} \\ \text{De } T_B - mg = \dfrac{m}{R}v_B^2 \Rightarrow v_B^2 = \dfrac{R}{m}(T_B - mg) \Rightarrow \boldsymbol{v_B = 15'81\ \ m/s} \end{array}\right.$$

2.- CUESTIONES Y EJERCICIO

a) DEFINE el momento angular $\vec{L}$ de un punto material respecto del origen de coordenadas.

El momento angular $\vec{L}$ de un punto material respecto del origen de coordenadas se define como el producto vectorial de su vector de posición $\vec{r}$ por su momento lineal $m\vec{v}$. Por lo tanto:

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times m\vec{v}$$

b) ¿A qué es igual su variación en el tiempo? ENUNCIADO del teorema.- DEMOSTRACIÓN del mismo.

"El momento resultante de las fuerzas aplicadas a una partícula material es igual a la velocidad de variación de su momento angular" : $\vec{M} = \dfrac{d\vec{L}}{dt}$

Demostración: $\dfrac{d\vec{L}}{dt} = \dfrac{d}{dt}(\vec{r} \times \vec{p}) = \dfrac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{p} + \vec{r} \times \dfrac{d\vec{p}}{dt} = \vec{v} \times m\vec{v} + \vec{r} \times \vec{F} = \vec{0} + \vec{M} = \vec{M}$

Por tanto: $\vec{M} = \dfrac{d\vec{L}}{dt}$

c) Si el momento lineal de un cuerpo de 5 kg, que se mueve en línea recta, viene dado por la función p = 5 t – 10 t², ¿cuánto vale la fuerza, la aceleración y la velocidad en el instante t = 2 s?

$p = 5\,t - 10\,t^2 \;\rightarrow\; v = \dfrac{p}{m} = t - 2\,t^2$ En t = 2 s, ***p = –30 kg.m/s*** ***v = –6 m/s***

$p = 5\,t - 10\,t^2 \;\rightarrow\; F = \dfrac{dp}{dt} = 5 - 20\,t \;\rightarrow\; a = \dfrac{F}{m} = 1 - 4\,t$ En t = 2 s, ***F = –35 N*** ***a = –7 m/s²***

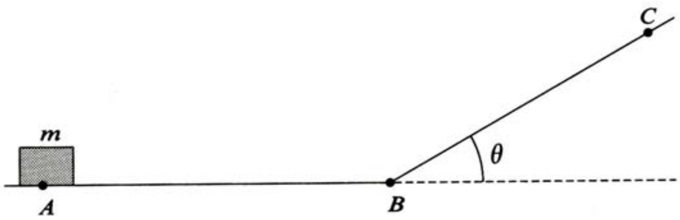
3.- PROBLEMA:

Desde una posición A, se lanza una masa de 5 kg con una velocidad inicial v_A = 7 m/s sobre una superficie horizontal de 3 m de longitud. Después sube por un plano inclinado 30º. Si el coeficiente de rozamiento es 0'2 en todo el recorrido, determinar la altura máxima alcanzada.

Tras detenerse a esa altura, baja de nuevo por el plano inclinado. ¿A qué distancia de A se detiene?

v_A = 7 m/s AB = L_1 = 3 m

BC = L_2 h_c = BC. sen θ = L_2 sen30º



a) Aplicamos el teorema de la energía mecánica:

$$W'_{AC} = \Delta E_m(AC)$$

donde W'_{AC} es el trabajo de las fuerzas de rozamiento, $W_{roz}(AC)$. Por tanto:

$$W_{roz}(AC) = \Delta E_m(AC)$$

Por un lado: $W_{roz}(AC) = W_{roz}(AB) + W_{roz}(BC) = -\mu\, m\, g\, L_1 - \mu\, m\, g \cos30º\, L_2 =$
$= -\,0'2x5x9'8x3 - 0'2x5x9'8xcos30º\, L_2 = -\,29'4 - 8'487\, L_2$

Por otro: $\Delta E_m(AC) = E_m(C) - E_m(A) = E_{pg}(C) - E_c(A) = m\, g\, h_c - ½\, m\, v_A^2 = m\, g\, L_2\, sen30º - ½\, m\, v_A^2 =$
$= 5x9'8xsen30º\, L_2 - 0'5\, x5x49 = 24'5\, L_2 - 122'5$

Igualando: $-\,29'4 - 8'487\, L_2 = 24'5\, L_2 - 122'5 \;\rightarrow\; L_2 = \dfrac{93'1}{32'987} = 2'82\text{ m} \;\rightarrow$ ***h_c = 1'41 metros***

b) La energía mecánica que le resta al cuerpo al llegar a C es su energía potencial gravitatoria en dicha posición:

$$E_m(C) = E_{pg}(C) = m\, g\, h_c = 69'145 \text{ julios}$$

Llamando D al punto en el que se detiene la masa definitivamente, la energía que tiene la masa en C se ha de disipar en trabajo de rozamiento, primeramente bajando el plano inclinado y luego deslizándose sobre el plano horizontal una longitud x = BD.

Aplicamos nuevamente el teorema de la energía mecánica: $W_{roz}(CD) = \Delta E_m(CD)$

$W_{roz}(CD) = W_{roz}(CB) + W_{roz}(BD) = -\mu\, m\, g \cos30º\, L_2 - \mu\, m\, g\, x = -\,23'933 - 9'8\, x$

$\Delta E_m(CD) = E_m(D) - E_m(C) = 0 - E_{pg}(C) = -\, m\, g\, h_C = -\,69'145$

Igualando: $-\,23'933 - 9'8\, x = -\,69'145 \;\rightarrow\; x = \dfrac{45'213}{9'8} = 4'61\text{ m}$

→ La masa, rebasando la posición A, queda a 1'61 metros a la izquierda del punto inicial A.