2A0101	***FÍSICA*** ***2ºA bach*** ***C. Vectorial y Cinemática***	***29.09.04***

1.- ¿Qué trabajo realiza una fuerza $\vec{F}$ = (2, 0, -3) aplicada a un cuerpo al que desplaza desde el origen de coordenadas hasta el punto P(1, 4, 2)? Debes recordar que el trabajo viene dado por el producto escalar de la fuerza por el vector desplazamiento. Todas las unidades están en el S.I.

La fuerza es $\vec{F}$ = (2, 0, -3)

El vector desplazamiento es $\Delta\vec{r} = \vec{r}$ = (1, 4, 2)

Por tanto, Trabajo: W = $\vec{F}.\Delta\vec{r}$ = (2, 0, -3) (1, 4, 2) = 2 – 6 = ***- 4 julios***

2.- Toda carga q que penetra con una velocidad $\vec{v}$ dentro de un campo magnético $\vec{B}$ experimenta una fuerza (denominada fuerza de Lorentz) de valor $\vec{F}_L = q\,(\vec{v} \times \vec{B})$. Calcula la fuerza experimentada por una carga de 10^{-6} culombios que penetra en un campo magnético $\vec{B} = (1, 0, 0)$ teslas, con una velocidad $\vec{v} = (2, -1, -3)$ m/s. (Vector fuerza y módulo de la misma).

$$\vec{F}_L = q(\vec{v} \times \vec{B}) = 10^{-6}\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & -1 & -3 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = \boldsymbol{(-3\,\hat{j} + \hat{k}).10^{-6}} \textbf{ newtons}$$

$F_L = \sqrt{9+1}.10^{-6} = \boldsymbol{3'162 \times 10^{-6}}$ ***newtons***

3.- La velocidad de un móvil, con movimiento rectilíneo, está definida por la función

$v(t) = 2 + 3\,t^2$ m/s

Calcula el espacio recorrido por el móvil entre t = 0 s y t = 5 s.

Sea el movimiento rectilíneo según el eje OX: $v = \dfrac{dx}{dt} \Rightarrow dx = v\,dt \rightarrow dx = (2 + 3\,t^2)\,dt$

Integremos entre t = 0 s y t = 5 s: $x = \int_0^5 (2+3t^2)\,dt = (2t+t^3)\Big|_0^5$ = 10 + 125 = ***135 metros***

4.- Dado el vector de posición de un móvil $r(t) = t^2\,\hat{i} + 2\,t^2\,\hat{j} + t^3\,\hat{k}$, calcula la aceleración total (vector y módulo) en t = 2 s, así como sus componentes tangencial a_t y normal a_n en ese instante. Ayuda: deberás hallar $\vec{v}$ (t), $\vec{a}$ (t), v (t), $\vec{a}$ (2), a_t (t), a_t(2) y a_n(2).

$\vec{r}(t) = t^2\,\hat{i} + 2\,t^2\,\hat{j} + t^3\,\hat{k}$

$\vec{v}(t) = 2t\,\hat{i} + 4t\,\hat{j} + 3t^2\,\hat{k}$ v (t) = $\sqrt{4t^2+16t^2+9t^4} = t\sqrt{20+9t^2}$

$\boldsymbol{\vec{a}(t) = 2\,\hat{i} + 4\,\hat{j} + 6\,t\,\hat{k}}$ a (t) = $\sqrt{4+16+36t^2} = 2\sqrt{5+9t^2}$ ***a(2) = 12’81 m/s²***

$a_t(t) = \dfrac{dv(t)}{dt} = \dfrac{d}{dt}(t\sqrt{20+9t^2}) = \dfrac{20+18t^2}{\sqrt{20+9t^2}}$ ***a_t(2) = 12’29 m/s²***

$a^2 = a_t^2 + a_n^2 \Rightarrow a_n = \sqrt{a^2 - a_t^2} = \sqrt{12'81^2 - 12'29^2}$ ***a_n(2) = 3’59 m/s²***

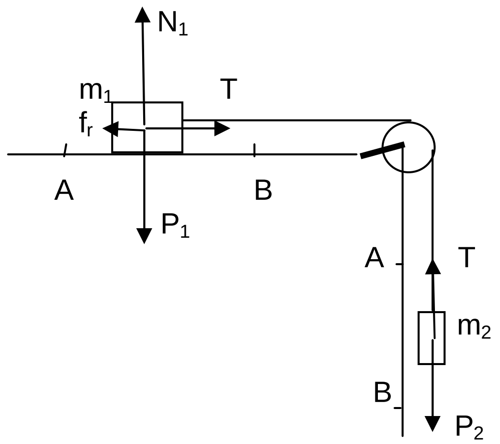
2A0102	***<u>FÍSICA</u>*** ***2ºA bach***	***21.10.04***
	Dinámica y Energía mecánica	

1.- Sobre una mesa horizontal se desliza un cuerpo de masa m_1 = 2'6 kg, unido mediante una cuerda inextensible y de peso despreciable a otro cuerpo, de masa m_2 = 1'4 kg, que a través de una polea pende verticalmente, sin contacto con la mesa. La aceleración del conjunto es 1'52 m/s^2.

¿Cuánto vale el coeficiente de rozamiento del primer cuerpo con la mesa?

¿Qué energía cinética adquiere el primer cuerpo, si partió del reposo, al cabo de un desplazamiento de 1'2 metros sobre la mesa?

Y el sistema, ¿qué energía mecánica ha perdido?



$P_1 = N_1 = m_1 g$ = 2'6x9'8 = 25'48 N

$f_r = \mu\, N_1$ = 25'48 μ

$P_2 = m_2 g$ = 1'4x9'8 = 13'72 N

Ec. fund. dinámica: F = m a

$\rightarrow \quad P_2 - f_r = (m_1+m_2)\, a \;\rightarrow\; \mu = \dfrac{P_2 - (m_1 + m_2)a}{N_1}$

$\rightarrow \quad \mu = \dfrac{13'72 - 4x1'52}{25'48} = 0'2998 \cong 0'30$ ***μ = 0'30***

AB = Δs = 1'2 m $\wedge$ $v_B^2 - v_A^2 = 2a\Delta s$ $\wedge$ $v_A = 0$

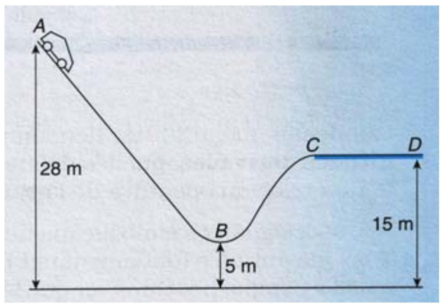
$\Rightarrow \quad v_B^2 = 2a\Delta s = 2x1'52x1'2 = 3'648\ (m/s)^2$

$E_c(B) = ½\, m_1\, v_B^2 = 4'74$ J   ***E_c(B) = 4'74 julios***

El sistema ha perdido la energía mecánica correspondiente al trabajo realizado por la única fuerza no conservativa, la fuerza de rozamiento:

$\Delta E_m = W_{roz} = -\,\mu\, N_1\, \Delta s$ = - 0'30x25'48x1'2 = - 9'17 J   ***Pierde 9'17 J de energía mecánica.***

2.- En lo alto de una montaña rusa se encuentra un cochecito de 200 kg de masa en el que van dos personas de 75 kg cada una. El cochecito se pone en movimiento a partir del reposo, haciendo el recorrido desde A hasta C sin rozamiento, encontrándose finalmente con un freno a partir de C que lo detiene en D. Sabiendo que las cotas de las posiciones citadas se indican en la figura, y que la distancia de frenado CD es de 10 m, se pide:



a) Velocidades en B y en C.-

b) Valor de la aceleración de frenado.

Alturas: h_A = 28 m h_B = 5 m $h_C = h_D$ = 15 m   Masa total: m = 350 kg $v_A = 0$

De A a B se conserva la energía mecánica, luego $E_{pg}(A) = E_{pg}(B) + E_c(B)$

$\rightarrow ½\, m v_B^2 = m\, g\, (h_A - h_B) \;\Rightarrow\;$ ***v_C =*** $\sqrt{2g(h_A - h_B)} = \sqrt{2x9'8(28-5)} =$ ***21'23 m/s***

De A a C se conserva la energía mecánica, luego $E_{pg}(A) = E_{pg}(C) + E_c(C)$

$\rightarrow ½\, m v_C^2 = m\, g\, (h_A - h_C) \;\Rightarrow\;$ ***v_C =*** $\sqrt{2g(h_A - h_C)} = \sqrt{2x9'8(28-15)} =$ ***15'96 m/s***

$v_D^2 - v_C^2 = 2a\Delta s$ $\wedge$ Δs = CD = 10 m $\wedge$ $v_D = 0$ $\Rightarrow$ ***a =*** $\dfrac{-v_C^2}{2\Delta s} =$ ***−12'74 m/s^2***

3.- Cuestiones.-

a) El vector de posición de un cuerpo de 5 kg de masa es $\vec{r}(t) = (4t^2 - 1)\,\hat{i} + (2t + 1)\,\hat{j}$.- Sobre él actúa una fuerza constante $\vec{F} = (3, -5)$.

¿Cuánto vale el momento angular del cuerpo en el instante t = 3 s, respecto del origen de coordenadas?

¿Cuál es el momento de la fuerza, en ese instante, respecto del origen de coordenadas?

$\vec{r}(t) = (4t^2 - 1)\,\hat{i} + (2t + 1)\,\hat{j} \qquad \vec{v}(t) = 8t\,\hat{i} + 2\,\hat{j}$

Para t = 3 s, $\vec{r}(3) = 35\,\hat{i} + 7\,\hat{j}$ y $\vec{v}(3) = 24\,\hat{i} + 2\,\hat{j}$, por lo que el momento angular vale:

$$\vec{L} = m(\vec{r} \times \vec{v}) = 5 \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 35 & 7 & 0 \\ 24 & 2 & 0 \end{vmatrix} = 5x(70 - 168)\hat{k} = -\boldsymbol{490\,\hat{k}} \quad \boldsymbol{kg\,.\,m^2/s}$$

y el momento de la fuerza es:

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 35 & 7 & 0 \\ 3 & -5 & 0 \end{vmatrix} = -\boldsymbol{196\,\hat{k}} \quad \boldsymbol{N\,.\,m}$$

b) Define fuerza conservativa.-

"Fuerza conservativa es aquélla que, al actuar sobre un p.m. a lo largo de una trayectoria cerrada cualquiera, el trabajo que realiza es nulo"

$$\oint_c \vec{f}.d\vec{r} = 0 \quad \forall \text{ciclo cerrado } c \quad \Leftrightarrow \quad \vec{f} \text{ una fuerza conservativa}$$

c) Define fuerza central.-

"Fuerza central es aquélla cuya recta de posición pasa en todo instante por un punto dado, llamado centro."

2A0201	***FÍSICA*** ***2ºA bach*** ***Campo gravitatorio***	***25.11.04***

1.- Se deja una partícula con velocidad inicial nula en un punto situado a 570 km sobre la superficie terrestre. Calcula:

a) la aceleración de la gravedad en dicho punto.

b) la velocidad con que llega la partícula a la superficie de la Tierra.

Datos únicos: aceleración de la gravedad en la superficie de la Tierra, g_0 = 9'83 m/s^2

radio de la Tierra, R = 6370 km

a) A una distancia r del centro de la Tierra, la aceleración de la gravedad vale:

$$g = G\frac{M}{r^2} = G\frac{M}{R^2}\frac{R^2}{r^2} = g_0\left(\frac{R}{r}\right)^2 = 9'83\left(\frac{6370}{6940}\right)^2 = 8'28 \text{ m/s}^2 \qquad \boldsymbol{g = 8'28\ m/s^2}$$

b) Llamemos A al punto del espacio desde el que dejamos caer, con velocidad inicial nula, una partícula: r = 6940 km.- Sea B el punto de la superficie de la Tierra sobre el que cae la partícula: R = 6370 km = 6'37x10^6 m.

+ Energía mecánica de la partícula en A: $E_{pg}(A) = -G\frac{Mm}{r}$ $\qquad E_c(A) = 0$

+ Energía mecánica de la partícula en B: $E_{pg}(B) = -G\frac{Mm}{R}$ $\qquad E_c(B) = ½\, m\, v^2$

El sistema es conservativo, luego: $E_m(A) = E_m(B) \quad \to \quad E_{pg}(A) = E_{pg}(B) + E_c(B)$

$$\to \quad -G\frac{Mm}{r} = -G\frac{Mm}{R} + ½\, m\, v^2 \quad \Rightarrow \quad v^2 = 2GM\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{r}\right) = 2G\frac{M}{R^2}R^2\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{r}\right) = 2g_0R\left(1-\frac{R}{r}\right)$$

$$v = \sqrt{2g_0R\left(1-\frac{R}{r}\right)} = \sqrt{2x9'83x6'37x10^6\left(1-\frac{6370}{6940}\right)} = 3207 \text{ m/s} \qquad \boldsymbol{v = 3207\ m/s}$$

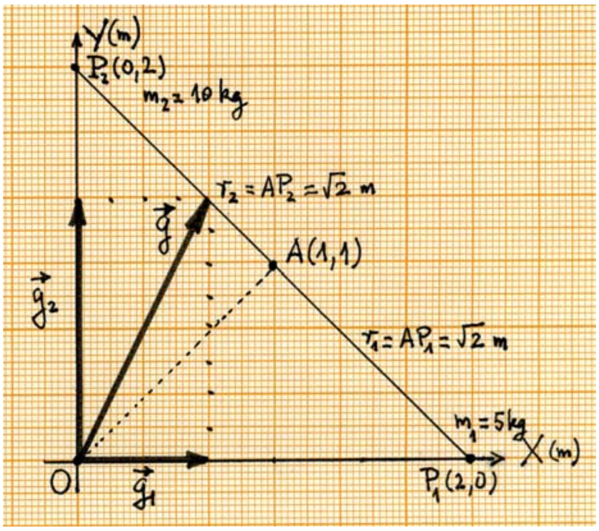
2.- Considera dos masas puntuales de 5 y 10 kg, situadas respectivamente en los puntos P_1(2, 0) y P_2(0, 2), medidas las longitudes en metros. Calcula:

a) la intensidad del campo gravitatorio (vector y módulo), así como el potencial gravitatorio en el origen de coordenadas O(0, 0).

b) el potencial gravitatorio en el punto medio A de la línea que une dichas masas..

c) el trabajo realizado por el campo gravitatorio para llevar una masa de 2 kg desde O hasta A. ¿Es el campo gravitatorio el que transporta la masa desde O hasta A, o hay que llevarla en contra del campo?

Dato: G = 6'67x10^{-11} N.m^2.kg^{-2} .- Advertencia: cuida expresar los resultados en las unidades debidas.



a) Campo gravitatorio en O:

$$\vec{g} = g_1 + g_2 = G\frac{m_1}{x^2}\hat{i} + G\frac{m_2}{y^2}\hat{j}$$

$$\vec{g} = 6'67x10^{-11}\left(\frac{5}{4}\hat{i} + \frac{10}{4}\hat{j}\right) = \frac{5}{4}6'67x10^{-11}(\hat{i} + 2\,\hat{j})$$

$$\boldsymbol{\vec{g} = 8'34x10^{-11}(\hat{i} + 2\,\hat{j})\quad N/kg}$$

$g = 8'34x10^{-11}.\ \sqrt{5} = 1'86x10^{-10}$ N/kg

$$\boldsymbol{g = 1'86x10^{-10}\quad N/kg}$$

Potencial gravitatorio en O:

$V_0 = V_{01} + V_{02} = -G\dfrac{m_1}{x} - G\dfrac{m_2}{y} = -\dfrac{5}{2}G - \dfrac{10}{2}G = -\dfrac{15}{2}G$ ***V_0 = – 5’003x10^{-10} J/kg***

b) <u>Potencial gravitatorio en A</u>:

$r_1 = AP_1 = \sqrt{2}$ $r_2 = AP_2 = \sqrt{2}$

$V_A = V_{A1} + V_{A2} = -G\dfrac{m_1}{r_1} - G\dfrac{m_2}{r_2} = -\dfrac{5}{\sqrt{2}}G - \dfrac{10}{\sqrt{2}}G = -\dfrac{15}{\sqrt{2}}G$ ***V_A = – 7’074x10^{-10} J/kg***

c) <u>Trabajo W_{OA}</u>:

$W_{OA} = m'(V_O - V_A) = 2\ (-5'003 + 7'074)\ 10^{-10} = 4'144\text{x}10^{-10}$ J ***W_{OA} = 4’144x10^{-10} J***

Puesto que el trabajo W_{OA} = 4’144x10^{-10}julios es positivo, resulta ser el campo gravitatorio, él mismo, el que lleva la masa de 2 kg desde O hasta A.

3.- Elige y justifica la respuesta verdadera:

3.1.- Dos satélites A y B cuyas masas son, respectivamente, $m_B = 25\ m_A$, se mueven en el mismo plano alrededor de la Tierra y tienen el mismo momento angular. La velocidad del satélite A es doble que la del B. Entonces, el radio de su órbita será:

a) igual que el de B.- b) el doble que el de B.- c) la mitad que el de B .- d) 25 veces mayor que el de B.

Al preguntar por la relación entre “radios de las órbitas”, supone órbitas circulares.

$\vec{L}_A = m_A(\vec{r}_A \times \vec{v}_A) \rightarrow L_A = m_A\, r_A\, v_A$ $\vec{L}_B = m_B(\vec{r}_B \times \vec{v}_B) \rightarrow L_B = m_B\, r_B\, v_B$

$m_B = 25\ m_A$ $v_B = ½\ v_A$

$L_A = L_B \Rightarrow m_A\, r_A\, v_A = m_B\, r_B\, v_B \rightarrow m_A\, r_A\, v_A = 25 m_A\, r_B\, .\ ½\ v_A = \dfrac{25}{2}\ m_A\, r_B\, v_A$

$\rightarrow$ $\boldsymbol{r_A = \dfrac{25}{2}\, r_B}$

$\Rightarrow$ ***No se verifica ninguna de las afirmaciones anteriores, sino la anteriormente expresada***.

3.2.- Cuando el radio de la órbita de un planeta es k veces superior al de otro planeta, su periodo de revolución es:

a) k veces superior, ya que la longitud de la órbita aumenta proporcionalmente al radio.-

b) No hay ninguna relación fija, ya que cada planeta recorre su órbita a velocidad propia.

c) k$^{1'5}$ veces mayor

d) k^3 veces mayor

Planetas A y B: Radios respectivos, R_A y R_B.- Períodos respectivos, T_A y T_B

Según el enunciado: $R_B = k\ R_A$

Según la 3ª ley de Kepler: $T_A^2 = K\ R_A^3$ $T_B^2 = K\ R_B^3$

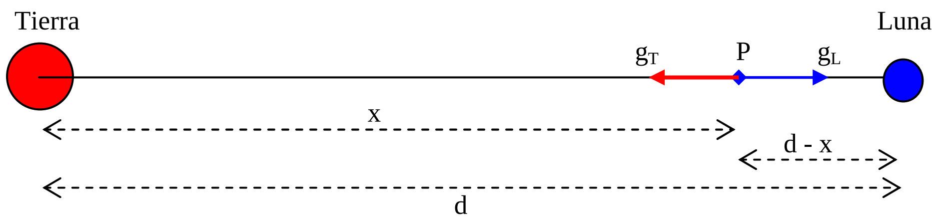
Por tanto: $T_B^2 = K\ R_B^3 = K\ k^3 R_A^3 = k^3 T_A^2 \Rightarrow T_B = k^{3/2} T_A \Leftrightarrow$ ***T_B = k$^{1'5}$ T_A***

$\Rightarrow$ ***Se verifica la afirmación c)***

2A0201rep.	***<u>FÍSICA</u>* 2ºA bach** ***Campo gravitatorio***	***26.01.05***

1.- ¿En qué punto de la línea que une la Tierra a la Luna el campo gravitatorio es nulo? ¿Cuánto vale en ese punto el potencial gravitatorio?

<u>Únicos datos</u>: Radio de la Tierra, R_T = 6370 km.- Aceleración de la gravedad sobre la superficie terrestre, g_0 = 9'81 m/s^2.- La masa de la Tierra es 81 veces mayor que la de la Luna.- La distancia desde la Tierra a la Luna es d = 384000 km.



<u>Campo gravitatorio en P:</u>

Campo terrestre, $g_T = G\dfrac{M_T}{x^2}$ Campo lunar, $g_L = G\dfrac{M_L}{(d-x)^2}$

En P deben ser iguales: $g_T = g_L \;\Rightarrow\; G\dfrac{M_T}{x^2} = G\dfrac{M_L}{(d-x)^2} \;\Rightarrow\; \dfrac{M_T}{M_L} = \dfrac{x^2}{(d-x)^2} \;\rightarrow\; 81 = \dfrac{x^2}{(d-x)^2}$

$$\rightarrow \quad x^2 = 81(d-x)^2 \quad \rightarrow \quad x = 9(d-x) \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} x = 9d/10 = 345600\,km = 3'456x10^8 \text{ metros} \\ d-x = d/10 = 38400\,km = 3'84x10^7 \text{ metros} \end{cases}$$

El punto P está situado a 345600 km de la Tierra y a 38400 km de la Luna

<u>Potencial gravitatorio en el punto P:</u>

$$V = V_T + V_L = -G\frac{M_T}{x} - G\frac{M_L}{d-x} = -GM_T\left(\frac{1}{x} + \frac{M_L/M_T}{d-x}\right) = -G\frac{M_T}{R_T^2}R_T^2\left(\frac{10}{9d} + \frac{10/81}{d}\right) = -\frac{100}{81}g_0\frac{R_T^2}{d}$$

$V = -\dfrac{100x9'81x(6'37x10^6)^2}{81x3'84x10^8}$ = –1279769 J/kg ≅ ***–1'280x10^6 Julios/kg***

2.- El satélite mayor de Saturno, Titán, describe una órbita de radio medio de 1'22x10^{6}km en un periodo de 15'94 días. Determina: a) su aceleración centrípeta.- b) su velocidad.- c) la masa de Saturno.
<u>Dato</u>: G = 6'67x10^{-11}N.m^2.kg^{-2}

r = 1'22x10^6 km = 1'22x10^9 m T = 15'94 días = 1377216 s = 1'378x10^6 s

En órbita circular, la fuerza gravitatoria Saturno-Titán es centrípeta, por lo que:

$$F_{gr} = m\,a_n \;\rightarrow\; G\frac{M_S m}{r^2} = m a_n \;\Rightarrow\; a_n = G\frac{M_S}{r^2}$$

Por tanto, la aceleración normal puede expresarse: $a_n = r\,\omega^2 = \dfrac{v^2}{r} = G\dfrac{M_S}{r^2}$

a) $\boldsymbol{a_n} = r\,\omega^2 = r\left(\dfrac{2\pi}{T}\right)^2 = \dfrac{4\pi^2}{T^2}r = \dfrac{4x\pi^2x1'22x10^9}{(1'378x10^6)^2}$ = 2'539x10^{-2} m/s^2 = ***2'54 cm/s^2***

b) $a_n = \dfrac{v^2}{r} \;\Rightarrow\; \boldsymbol{v} = \sqrt{r\,a_n} = \sqrt{1'22x10^9x2'539x10^{-2}}$ = ***5566 m/s***

c) $a_n = G\dfrac{M_S}{r^2} \;\Rightarrow\; \boldsymbol{M_S} = \dfrac{r^2 a_n}{G} = \dfrac{(1'22x10^9)^2x2'539x10^{-2}}{6'67x10^{-11}}$ = ***5'67x10^{26} kg***

3.- a) ¿Qué energía hay que comunicar a un satélite terrestre, cuya órbita tiene un radio cinco veces el de la Tierra, para situarlo en otra órbita a doble distancia del centro de la Tierra?

b)¿Qué velocidades orbitales tiene el satélite en ambas posiciones?

<u>Únicos datos:</u> g_0 = 9'81 m/s^2 .- Radio de la Tierra, R_T = 6370 km.- Masa del satélite, m = 500 toneladas.

+ Velocidad orbital: Fuerza gravitatoria = masa x aceleración centrípeta

$$\rightarrow \quad G\frac{M_T m}{r_2} = m\frac{v^2}{r} \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{G\frac{M_T}{r}} = \sqrt{G\frac{M_T}{R_T^2}\frac{R_T^2}{r}} = R_T\sqrt{g_0/r}$$

+ Energía potencial gravitatoria: $E_{pg} = -G\frac{M_T m}{r} = -mG\frac{M_T}{R_T^2}\frac{R_T^2}{r} = -mg_0\frac{R_T^2}{r}$

+ Energía cinética: E_c = ½ m v^2 = $\frac{1}{2}mR_T^2\frac{g_0}{r}$ = ½ $mg_0\frac{R_T^2}{r}$

+ Energía mecánica $E_m = E_c + E_{pg}$ = – ½ $mg_0\frac{R_T^2}{r}$

a) Posición inicial del satélite, A: r = 5 R_T Posición final del satélite, B: r = 10R_T

Sea W'$_{AB}$ la energía mecánica que hay que dar al satélite para llevarlo desde A hasta B.- Esta energía transferida al satélite (trabajo mecánico) es proporcionada por fuerzas no conservativas. Esta energía es igual a la variación de la energía mecánica (teorema de la energía mecánica):

$$W'_{AB} = \Delta E_m$$

***W'$_{AB}$* =** $\Delta E_m = E_m(B) - E_m(A) = \left(-\tfrac{1}{2}\, mg_0\frac{R_T^2}{r_B}\right) - \left(-\tfrac{1}{2}\, mg_0\frac{R_T^2}{r_A}\right) = \tfrac{1}{2}\, m\, g_0\, R_T^2\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right) =$

$= \tfrac{1}{2}\, m\, g_0\, R_T^2\left(\frac{1}{5R_T} - \frac{1}{10R_T}\right) = \frac{1}{20}mg_0R_T = \frac{500x10^3 x9'81x6'37x10^6}{20}$ = ***1'56x10^{12} julios***

b) Velocidad orbital en A, r_A = 5 R_T : ***v_A* =** $R_T\sqrt{g_0/r_A} = \sqrt{g_0R_T/5}$ = ***3535 m/s***

Velocidad orbital en B, r_B = 10 R_T : ***v_B* =** $R_T\sqrt{g_0/r_B} = \sqrt{g_0R_T/10}$ = ***2500 m/s***

4.- Sólo se conoce el valor del radio terrestre, 6370 km.

a) ¿Qué error relativo se comete al considerar g = 9'81 N/kg como el valor del campo gravitatorio a una altura de 50 km sobre la superficie terrestre?

$$g_{50} = G\frac{M_T}{r_{50}^2} = G\frac{M_T}{R_T^2}\left(\frac{R_T}{r_{50}}\right)^2 = g_0\left(\frac{R_T}{r_{50}}\right)^2 = 9'81\left(\frac{6370}{6420}\right)^2 = 9'66 \text{ m/s}^2$$

ε_r **=** $100\,\frac{\Delta g}{g_{50}} = 100\,\frac{g_0 - g_{50}}{g_{50}} = 100\,\frac{9'81 - 9'66}{9'66}$ = ***1'6 %***

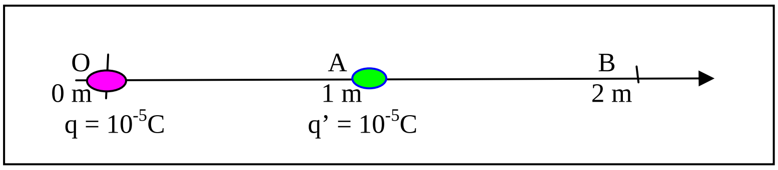
b) ¿A qué distancia de la superficie terrestre tu peso se reduce a la mitad?

$P_0 = m\,g_0$ $P = m\,g$ $P/P_0 = g/g_0 = G\frac{M_T}{r^2} \,/\, G\frac{M_T}{R_T^2} = \left(\frac{R_T}{r}\right)^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow$ ***r =*** $\sqrt{2}\,R_T$ = ***9008 km***

Distancia sobre la superficie terrestre: h = r – R_T = 9008 – 6370 = ***2638 km***

2A0202	***FÍSICA*** ***2ºA bach*** ***Campo eléctrico***	***15.12.04***

1.- Se tiene una carga positiva q = 10 μC fija en el origen de coordenadas y se coloca otra idéntica a una distancia de 1 m. Calcula la velocidad de la segunda carga al pasar por un punto situado a 2 m de la primera, sabiendo que cada carga tiene una masa de 9'0 g.



Trabajo del campo creado por q para llevar la carga q' desde A hasta B:

$W_{AB} = q' (V_A - V_B)$ donde $V_A = k\dfrac{q}{r_A}$ y $V_B = k\dfrac{q}{r_B}$.

Por otro lado, este trabajo es igual a la variación de la energía cinética de q' (Teorema de la energía cinética:

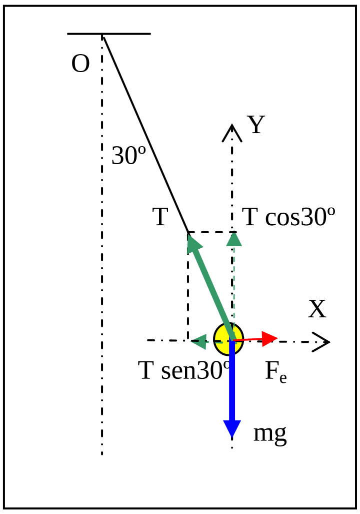
$W_{AB} = \Delta E_c = E_c(B) - E_c(A) = ½\, m\, v_B^2$

Por tanto, igualando: $½\, m\, v_B^2 = q' (V_A - V_B)$ $\Rightarrow$ $v_B = \sqrt{\dfrac{2q'(V_A - V_B)}{m}}$

Valores de $V_A = k\dfrac{q}{r_A} = 9x10^9\dfrac{10^{-5}}{1} = 90000$ volt. $V_B = k\dfrac{q}{r_B} = 9x10^9\dfrac{10^{-5}}{2} = 45000$ volt

$\Rightarrow v_B = \sqrt{\dfrac{2q'(V_A - V_B)}{m}} = \sqrt{\dfrac{2x10^5 x45000}{9x10^{-3}}} = 10$ m/s ***v_B = 10 m/s***

2.- Una pequeña esfera de 0.2 g de masa está suspendida mediante un hilo aislante de 30 cm de longitud y cargada con una carga eléctrica de 0'2 μC. Halla la intensidad del campo eléctrico necesaria para que la esfera se desplace hasta que el hilo forme un ángulo de 30º con la vertical.



Fuerzas: peso de la esfera, mg
tensión del hilo, T
fuerza eléctrica, $F_e = q\,E$

El equilibrio de fuerzas supone que $\begin{cases} F_e = T\,\mathrm{sen}30^o \\ mg = T\cos 30^o \end{cases}$

$\Rightarrow$ $tg30^o = \dfrac{F_e}{mg} = \dfrac{qE}{mg}$ $\Rightarrow$ $E = \dfrac{mg}{q}tg30^o$

$E = \dfrac{0'2x10^{-3} x9'8}{0'2x10^{-6}}tg30^o = 5658$ N/C ***E = 5658 N/C***

2.- Una gota esférica de mercurio (conductor metálico) tiene 10^9 electrones de carga eléctrica. Si su diámetro es de 6 mm, ¿cuál es su potencial? ¿y su capacidad C, en picofaradios?

Se juntan 30 gotas de mercurio iguales a la anterior e igualmente cargadas. ¿Cuál es entonces el potencial de la gota resultante? ¿y su capacidad, en picofaradios?

Carga elemental, e = $1'6x10^{-19}$ C.

Cada gota: Radio, r Volumen, $V = 4/3\ \pi\ r^3$

Carga, $q = -10^9 x 1'6x10^{-19} = -1'6x10^{-10}$ Culombios

Potencial, $V = k\frac{q}{r} = 9x10^9\ \frac{-1'6x10^{-10}}{3x10^{-3}}$ = ***- 480 Voltios***

Capacidad, $C = \frac{q}{V} = \frac{-1'6x10^{-10}}{-480} = 3'33x10^{-13}$ F = ***0'333 picofaradios***

Gota grande: Radio R Volumen, $V' = 4/3\ \pi\ R^3 = 30\ .\ 4/3\ \pi\ r^3 \quad \Rightarrow \quad R = \sqrt[3]{30}\ r$

Carga, $Q = 30\ q = -4'8x10^{-9}$Culombios

Potencial, $V' = k\frac{Q}{R} = 9x10^9\ \frac{-4'8x10^{-9}}{\sqrt[3]{30}\ x3x10^{-3}}$ = ***- 4634 Voltios***

Capacidad, $C' = \frac{Q}{V'} = \frac{-4'8x10^{-9}}{-4634} = 1'036x10^{-12}$ F = ***1'036 picofaradios***

4.- ¿Qué frase es verdadera o falsa? Justifica brevemente la respuesta.

a) Dadas dos cargas puntuales, si se reducen sus cargas a la décima parte, la fuerza entre ellas no varía si se acercan: (I) a la centésima parte de la distancia original.- (II) a la décima parte de la distancia inicial.- (III) a la quinta parte de la distancia inicial.- (IV) a la distancia inicial dividida por $\sqrt{10}$.

q_1 se reduce a $q_1/10$ q_2 se reduce a $q_2/10$

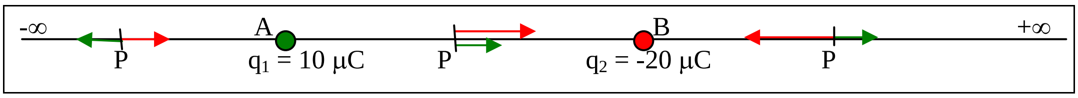
Fuerza eléctrica inicial $F = k\frac{q_1 q_2}{r^2}$

Fuerza eléctrica tras la reducción $F' = k\frac{q_1/10\, x\, q_2/10}{r'^2} = \frac{1}{100}k\frac{q_1 q_2}{r'^2}$

Para que sea F = F' se deberá verificar que: $k\frac{q_1 q_2}{r^2} = \frac{1}{100}k\frac{q_1 q_2}{r'^2} \Rightarrow r^2 = 100\ r'^2 \Rightarrow$ ***r' = r/10***

$\Rightarrow$ ***se ha de verificar la frase (II).- Las otras son falsas***

b) Dadas dos cargas de 10 μC y de -20 μC, ¿existe un punto en el que la intensidad del campo valga cero?.- (I) Sí, y está entre las dos cargas.- (II) No existe.- (III) Sí, en la recta que une las cargas, por fuera y más cerca de la carga negativa.- (IV) Sí, en la recta que une las cargas, por fuera y más cerca de la carga positiva.



La recta queda dividida por las cargas, q_1 en A y q_2 en B, en tres regiones: (-∞, A) (A, B) y (B, +∞)
Llamando E_1 al campo creado por q_1 y E_2 al creado por q_2, se tiene:
+++ Región (-∞, A): E_1 y E_2 son de sentido contrario. Puede existir un punto P para el que el campo resultante se anule, siendo en él $|E_1| = |E_2|$. Es un punto P tal que $|k\frac{q_1}{r_{PA}^2}| = |k\frac{q_2}{r_{PB}^2}|$, y como $q_2 = -2q_1$, resulta verificar $\boldsymbol{r_{PB} = \sqrt{2}\ r_{PA}}$

$\Rightarrow$ ***en esta región existe la posibilidad de que el campo sea nulo (respuesta IV).***

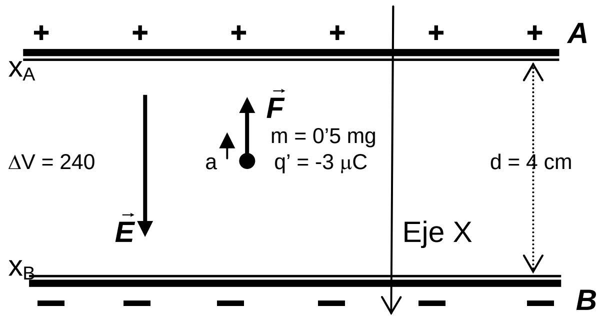
+++ Región (A, B): E_1 y E_2 son del mismo sentido $\Rightarrow$ El campo eléctrico resultante no puede ser nulo.
+++ Región (B, +∞): E_1 y E_2 son de sentido contrario, pero para todo punto, $|E_2| > |E_1|$ por lo que el campo no se anula en ningún punto de esta región.

2A0202rep **_FÍSICA_ 2ºA bach** **29.01.05**

Campo eléctrico

1.- Entre las placas de un condensador plano que están separadas 4 cm hay una partícula cargada de m = 5 mg y q = -3 μC. Si entre las placas del condensador se establece una ddp de 240 voltios, calcular: a) La aceleración de la partícula.- b) La energía necesaria para llevar la partícula desde la placa positiva a la negativa.- c) Partiendo del reposo, ¿cuánto tarda en ir desde una placa a la otra, en ms?

a) Aceleración.-



$$E = -\frac{\Delta V}{\Delta x} = -\frac{-240}{0'04} = 6000 \text{ V/m}$$

$$F = q' E = -3\times10^{-6} \times 6000 = -0'018 \text{ N}$$

$$a = \frac{F}{m} = -\frac{0'018}{5\times10^{-6}} = \boldsymbol{-3600 \text{ m/s}^2}$$

b) Trabajo realizado por el campo desde A hasta B:

$$W_{AB} = q' (V_A - V_B) = -3\times10^{-6} \times 240 = -7'2\times10^{-4} \text{ julios}$$

La energía de la carga q' en B es el trabajo realizado en contra del campo eléctrico para llevarla desde A hasta B. Por tanto:

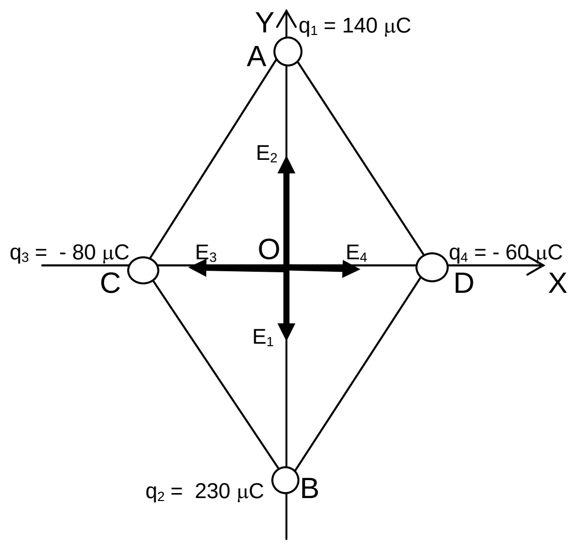
$$W'_{AB} = E_{pe}(B) = \boldsymbol{+\,7'2\times10^{-4} \text{ julios}}$$

c) Se trata de llevar la carga de B a A, partiendo del reposo y bajo la acción del campo eléctrico uniforme creado por la ddp. $\Delta x = ½\ a t^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2\,\Delta x}{a}} = \sqrt{\frac{2x(-0'04)}{-3600}} = 4'714\times10^{-3}$

t = 4'71 ms

2.- Las cargas eléctricas q_1 = +140 μC y q_2 = +230 μC están situadas en los extremos de la diagonal mayor de un rombo, cuya longitud es de 80 cm, y las cargas q_3 = -80 μC y q_4 = -60 μC están situadas en los extremos de la diagonal menor, de 50 cm de longitud. Hallar: a) El vector campo eléctrico en el centro del rombo, y su módulo.- b) La intensidad de la fuerza que actúa sobre una carga de +25 μC situada en dicho punto.- c) El potencial eléctrico en el centro del rombo.- d) La energía potencial eléctrica que adquiere una carga de +25 μC situada en dicho punto.

Sean $y \equiv r_1 \equiv OA = r_2 \equiv OB = 0'40$ m
$x \equiv r_3 \equiv OC = r_4 \equiv OD = 0'25$ m



a) De acuerdo con la figura, y tomando valores absolutos de las cargas, se tiene:

$$\vec{E}_1 = -k\frac{q_1}{r_1^2}\hat{j} \qquad \vec{E}_2 = +k\frac{q_2}{r_2^2}\hat{j}$$

$$\Rightarrow \qquad E_y = \frac{k}{y^2}(q_2 - q_1) = \frac{9\times10^9 \times 90\times10^{-6}}{0'16}$$

$$E_y = 5'0625\times10^6 \text{ N/C}$$

$\Rightarrow \qquad \vec{E}_3 = -k\frac{q_3}{r_3^2}\hat{i} \qquad \vec{E}_4 = +k\frac{q_4}{r_4^2}\hat{i} \quad \Rightarrow \quad E_x = \frac{k}{x^2}(q_4 - q_3) = -\frac{9x10^9 \; x\, 20x10^{-6}}{0'0625}$

$E_x = 2'88x10^6$ N/C

$\Rightarrow$ ***$\vec{E}$ = (– 2’88 $\hat{i}$ + 5’0625 $\hat{j}$) 10^6 N/C*** $\Rightarrow$ ***E = 5’824x10^6 N/C***

b) Fuerza sobre q’ = +25 μC en el origen: F = q’ E = $25x10^{-6}$ x $5'824x10^6$ = ***145’6 N***

c) Potencial en O.- Ahora las cargas se han de tomar con sus signos.-

$$V = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 = k\frac{q_1}{y} + k\frac{q_2}{y} + k\frac{q_3}{x} + k\frac{q_4}{x} = \frac{k}{y}(q_1 + q_2) + \frac{k}{x}(q_3 + q_4) =$$

$$= \frac{9x10^9}{0'40}370x10^{-6} - \frac{9x10^9}{0'25}140x10^{-6} = 8'325x10^6 - 5'04x10^5 = \mathbf{3'285 \; x \; 10^6 \; voltios}$$

d) Energía potencial eléctrica: E_{pe} = q’ V = $25x10^{-6}$x$3'285x10^6$ = ***82’125 julios***

3.- Potencial eléctrico en el espacio creado por una carga q.- Significado físico del potencial eléctrico.

El campo $\vec{E}$ es <u>conservativo.</u> Por tanto proviene de un potencial V originado también en el espacio por la carga q. Llamaremos a este potencial ***potencial eléctrico.*** Lo establecemos así:

“El trabajo elemental realizado por el campo eléctrico $\vec{E}$ sobre la carga positiva unidad, en un desplazamiento elemental $d\vec{r}$, es igual a la variación del potencial, cambiada de signo.”

$$dV = - \vec{E}.d\vec{r}$$

Para obtener la función V(r), potencial eléctrico en un punto cualquiera, aplicamos la expresión integral:

$$V(r) = \int dV + C = -\int \vec{E}.d\vec{r} + C = -k\,q\int\frac{dr}{r^2} + C = k\frac{q}{r} + C$$

La constante de integración C es arbitraria. Su valor depende del convenio que se adopte: en qué punto del espacio consideramos nulo el valor de V. Se acostumbra aceptar que V = 0 cuando $r \to \infty$, o sea, $V(\infty) = 0$. Por tanto, sustituyendo en la expresión inmediata anterior, resulta:

$$V(\infty) = k\frac{q}{\infty} + C = 0 \Rightarrow \qquad C = 0$$

Así que, en base a este convenio, podemos escribir el potencial eléctrico en todo punto, así:

$$\boxed{V(r) = k\frac{q}{r}}$$

Nótese que, en el caso del campo eléctrico, V(r) es positivo o negativo según sea positiva o negativa la carga q que lo crea.

La ***energía potencial eléctrica*** de una carga q’ situada en el campo creado por q es

$$E_p(r) = q' V(r) = k\frac{qq'}{r}$$

Esta energía potencial de q’ es positiva o negativa según sean ambas cargas, de igu
o de signo contrario, respectivamente. r (cm)

El trabajo realizado por el campo para llevar la carga q' desde un punto A a otro B puede escribirse en función de la diferencia de potencial entre ambos puntos, $V_A - V_B$, pues $W_{AB} = -\Delta E_p = E_p(A) - E_p(B) = q' V_A - q' V_B = q' (V_A - V_B)$

$$W_{AB} = q' (V_A - V_B)$$

Significado físico del potencial eléctrico **.**

¿Cuál es el significado físico de la ***diferencia de potencial*** entre dos puntos, $V_A - V_B$? De acuerdo con la anterior expresión:

$$V_A - V_B = W_{AB} / q'$$

$\Rightarrow$ $V_A - V_B$ representa el trabajo realizado por el campo eléctrico para llevar la unidad positiva de carga desde A hasta B.

¿Y cuál es el significado físico del ***potencial eléctrico*** en un punto, V(r)? Si consideramos que A es un punto cualquiera P, y B es el punto del infinito, $r \to \propto$, entonces, ya que $V(\infty) = 0$:

$$V(r) - V(\propto) = W_{P\propto} / q' \qquad \Rightarrow \qquad V(r) = W_{P\propto} / q'$$

$\Rightarrow$ V(r) representa el trabajo que el campo eléctrico realizaría para llevar la unidad positiva de carga desde la posición P hasta el infinito.

2A0203	***FÍSICA*** ***2ºA bach*** ***Vibraciones y Ondas***	***8.02.05***

Escribe exclusivamente la respuesta. No expliques nada. No olvides las unidades de cada resultado.

A.- Sea la onda: $y(x,t) = 0'02 \cos 2\pi(3t - 7x)$ ***metros***

1) Valor de T: $T =$ $1/3$ s   ***de λ:*** $\lambda =$ $1/7$ m   ***de*** v_p : $v_p =$ 0'43 m/s

2) Velocidad de la vibración en el punto x = 0'1 m en el instante 0'01 s. $v =$ – 0'33 m/s

3) Desfase en las vibraciones de dos puntos, de posiciones x = 0'20 m y x = 0'27 m, expresado en radianes y en grados:

$\Delta\Phi =$ 0'98 π rd = 176'4 grados

4) Si la onda está producida por un muelle elástico, con una masa de 5 g, ¿cuánto vale su constante elástica?

$K =$ 1'78 N/m

B.- Una onda estacionaria, de 2 cm de amplitud máxima, tiene un vientre en el origen y un nodo en el extremo opuesto, a 3 metros. La velocidad de propagación es de 120 m/s.

5) Escribe la onda estacionaria fundamental: $y(x,t) =$ $0'02 \cos(\pi/6\ x).\ sen(20\pi\ t)$

6)¿Cuánto vale la distancia internodal? $\Delta x_N =$ 6 m

C.- Una onda se refracta, pasando del aire a un líquido. Un rayo que incide bajo un ángulo de 30º, sale refractado bajo un ángulo de 23º. Si la velocidad de propagación de la onda en el aire es de 300000 km/s ¿cuánto vale su velocidad en el líquido?

7) ***Solución:*** $v =$ 234439 km/s

D.- Dos focos emisores de ondas coherentes, de igual frecuencia e intensidad, emiten en fase. Cada foco emite con una intensidad de 15 mW.m^{-2}***. Si el foco*** S_1 ***se halla en el origen de coordenadas y el*** S_2 ***en x = 10 m, resultan mínimos nulos en x = 2'9 m, x = 3'1m y x = 3'3m, entre otros. Recuérdese que*** $I = 4\ I_0 \cos^2(1/2\ \Delta\Phi)$.

8) ¿Cuanto vale la longitud de onda? $\lambda =$ 0'4 m

9) ¿Qué intensidad hay en x = 5'5 m? $I =$ 0 mW/m^2

10) Idem en x = 5'56 m $I =$ 5'73 mW/m^2

Puntuación: A, 11 puntos   B, 6 puntos   C, 3 puntos   D, 10 puntos

A.-1.- $\omega = 6\pi$ $T = \frac{2\pi}{\omega}$ = 1/3 s = ***0'33 s*** $k = 14\pi$ $\lambda = \frac{2\pi}{k}$ = 1/7 m = ***0'143 m***

$v_p = \frac{\lambda}{T}$ = 3/7 m/s = ***0'429 m/s***

A.-2.- $y(x,t) = 0'02 \cos 2\pi(3t - 7x)$

$$v(x,t) = \frac{\partial y}{\partial t} = \left.\frac{dy}{dt}\right|_{x\,const} = -0'02 \cdot 6\pi \cdot \text{sen}2\pi(3t - 7x) = -0'377\ \text{sen}2\pi(3t - 7x)$$

$$v(0'1\,;0'01) = -0'377\ \text{sen}2\pi(3x0'01 - 7x0'1) = -0'377\ \text{sen}(-1'34\pi) = -0'377\ \text{sen}(-241'2^o)$$

v = – 0'330 m/s

A.-3.- $\Delta\Phi = k\,\Delta x = 14\pi\,(0'27 - 0'20)$ = ***0'98 π rd = 176'4º***

A.-4.- $f = -K\,x = m\,a \;\wedge\; a = -\omega^2 x \;\Rightarrow\; K = m\,\omega^2 = 5x10^{-3} \times 36\pi^2$ = ***1'776 N/m***

B.-5.- El estudio teórico de las ondas estacionarias nos dice que si la onda comienza en vientre, la ecuación más sencilla es $y(x,t) = 2A\cos(kx)\,\text{sen}(\omega t)$.- En x = L = 3 metros, hay un nodo (extremo fijo) $\Rightarrow$ $\cos(k\,L) = 0$ $\Rightarrow$ $kL = (2n+1)\pi/2$ $\Rightarrow$ $\frac{2\pi}{\lambda}L = (2n+1)\pi/2$ $\Rightarrow$ $\lambda = \frac{4L}{2n+1}$

En el modo fundamental, n = 0, por lo que $\lambda_0 = 4\,L = 12$ metros $\rightarrow$ $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0} = \frac{\pi}{6}$ rd/m

y la frecuencia fundamental $f_0 = \frac{v_p}{\lambda_0} = \frac{120}{12}$ = 10 Hz. Por tanto, $\omega_0 = 2\pi\,f = 20\pi$ rd/s.

$\Rightarrow$ ***y(x,t) = 0'02 cos(π/6 x). sen(20π t)***

B.-6.- La distancia internodal es $\Delta x_N = \frac{\lambda_0}{2}$ = ***6 metros***

C.- 7.- $\frac{\text{sen}\,\varepsilon}{\text{sen}\,\varepsilon'} = \frac{\text{sen}30^o}{\text{sen}23^o} = 1'2797 = \frac{v_{aire}}{v_{liq}}$ $\rightarrow$ $v_{liq} = \frac{v_{aire}}{1'2797} = \frac{300000\ km/s}{1'2797}$ = ***234439 m/s***

D.- 8.- Posición de mínimo x = 2'9 m.- Distancia a los focos: 2'9 m a S_1 y 7'1 m a S_2 .- Diferencia de recorrido para las ondas, Δx_1 = 7'1 – 2'9 = 4'2 m

Posición de mínimo x = 3'1 m.- Distancia a los focos: 3'1 m a S_1 y 6'9 m a S_2 .- Diferencia de recorrido para las ondas, Δx_2 = 6'9 – 3'1 = 3'8 m

Posición de mínimo x = 3'3 m.- Distancia a los focos: 3'3 m a S_1 y 6'7 m a S_2 .- Diferencia de recorrido para las ondas, Δx_3 = 6'7 – 3'3 = 3'4 m

$\Rightarrow$ ***λ = 0'4 m*** (Es la diferencia de recorridos entre dos mínimos consecutivos)

D.-9.- Intensidad en x = 5'5 m.- $\Delta\Phi = k\,\Delta x = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta x = \frac{2\pi}{0'4}(5'5 - 4'5) = 5\pi$ rd

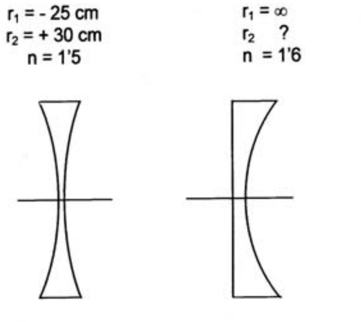
$I = 4\,I_0\cos^2(1/2\,\Delta\Phi) = 4x15\cos^2(½\ 5\pi)$ = ***0 mW m⁻²***

D.-10.- Intensidad en x = 5'56 m.- $\Delta\Phi = k\,\Delta x = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta x = \frac{2\pi}{0'4}(5'56 - 4'44) = 5'6\pi$ rd

$I = 4\,I_0\cos^2(1/2\,\Delta\Phi) = 4x15\cos^2(½\ 5'6\pi) = 60\cos^2(504^o)$ = ***39'27 mW m⁻²***

2A0301	***FÍSICA*** **2ºA bach** ***Óptica***	**15.03.05**

1.- ***Los radios de una lente bicóncava son 30 y 25 cm, y su índice de refracción es 1’5. Hallar su distancia focal (f’) en cm, y su convergencia (P’) en dioptrías,***
¿Qué radio ha de tener otra lente planocóncava, de índice 1’6, para que su convergencia sea la misma que la primera lente?



a) Lente bicóncava.- $P' = \frac{1}{f'} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$

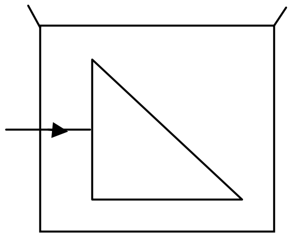
$P' = (1'5-1)\left(\frac{1}{-0'25} - \frac{1}{0'30}\right)$ = ***– 3’67 dioptrías***

$f' = \frac{1}{P'}$ = -0’2727 m = ***– 27’27 cm***

b) Lente planocóncava.- $P' = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) = (1'6-1)\left(\frac{1}{\infty} - \frac{1}{r}\right) = -\frac{0'6}{r} \quad \wedge \quad P' = -3'67$

$\Rightarrow$ r = 0’164 m = ***16’4 cm***

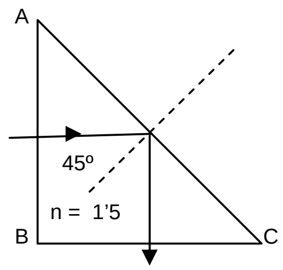
2.- Sea un prisma 45º-90º-45º, de índice 1’5. Dibujar y calcular el ángulo de salida de un rayo que incide normalmente a una cara del prisma, estando éste en el aire. Justifica la respuesta.
Se introduce luego el prisma en agua (índice, 4/3) en la forma indicada en el dibujo. El recipiente es un prisma recto rectangular, de pared muy delgada. Un rayo que incide normalmente a la cara de recipiente, tras pasar por el prisma óptico y el recipiente, ¿qué ángulo de desviación experimenta?



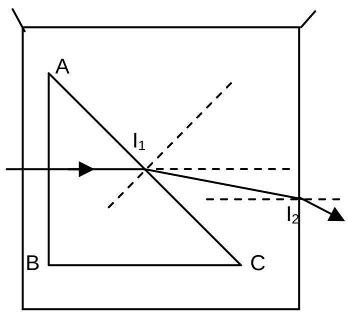
a) En el aire. El rayo incide normalmente a la cara AB; sin desviarse, alcanza la cara AC, bajo un ángulo de incidencia ε = 45º que es mayor que el ángulo límite vidrio-aire. En efecto, éste vale:

$n\ \text{sen}\varepsilon_L = n'$ $\qquad$ $\text{sen}\varepsilon_L = \frac{n'}{n} = \frac{1}{1'5}$ $\qquad$ ε_L = 41’8103º < 45º

Por tanto se produce la reflexión total, por lo que el rayo se refleja y sale según señala la figura.



b) En el recipiente: El rayo llega sin desviarse hasta la cara AC del prisma, I_1. No experimenta la reflexión total, puesto que el ángulo límite vidrio-agua es mayor que el ángulo de incidencia ε_1 = 45º.



$n\ \text{sen}\varepsilon_L = n'$ $\qquad$ $\text{sen}\varepsilon_L = \frac{n'}{n} = \frac{4/3}{1'5}$ $\qquad$ ε_L = 62’7340º > 45º

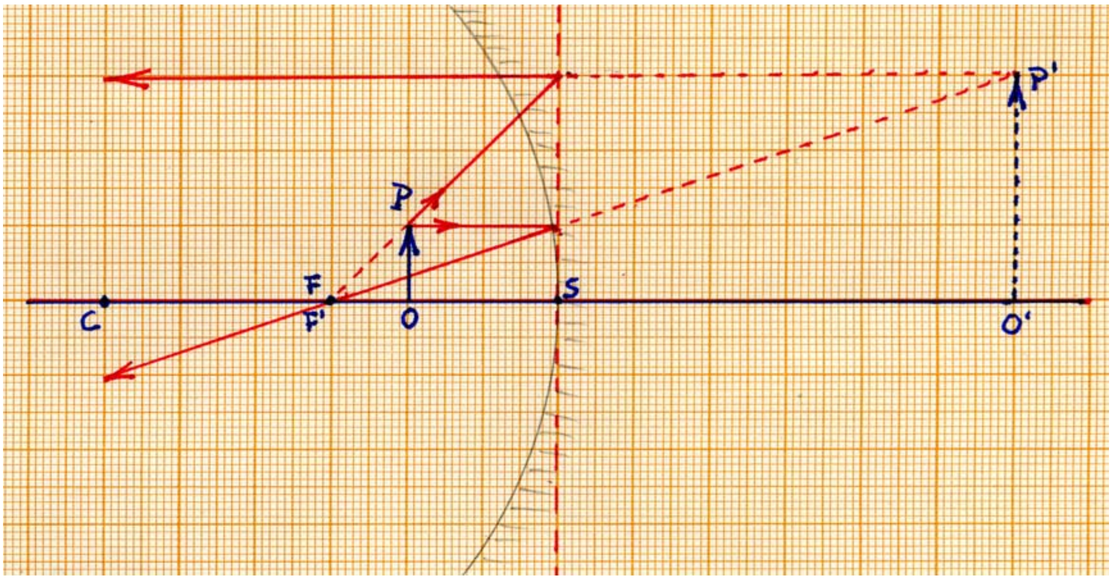
$\Rightarrow$ no se produce la reflexión total. El rayo se trasmite al agua.

Ángulo de refracción en I_1:
$n\ \text{sen}\varepsilon_1 = n'\ \text{sen}\varepsilon'_1$ 1’5 sen45º = 4/3 senε'_1 ε'_1 = 52’7020º

Ángulo de incidencia en I_2: $\varepsilon_2 = \varepsilon'_1 - 45$ = 52’7020 – 45 = 7’7020º
Ángulo de refracción en I_2: $n\ \text{sen}\varepsilon_2 = n'\ \text{sen}\varepsilon'_2$ 4/3 sen7’7020º = senε'_2 ε'_2 = 10’2938º
Este ángulo ε'_2 es igual a la desviación total del rayo: ***δ = 10’2938º***

3.- En un parque de atracciones se desea instalar un espejo esférico tal que, cuando una persona se coloque a 2 m de él, se vea con una altura que sea 3 veces su estatura. Establece el tipo de espejo y su radio, así como la naturaleza de la imagen.

Una vez resuelto el problema analíticamente, expresa gráficamente y a escala el comportamiento del espejo.



La imagen dada por el espejo debe ser una imagen directa y tres veces mayor: $\beta' = +3$

$$\rightarrow \quad \beta' = -\frac{s'}{s} = 3 \quad \rightarrow \quad s' = -3s = -3\,(-2) = 6\ \text{m}$$

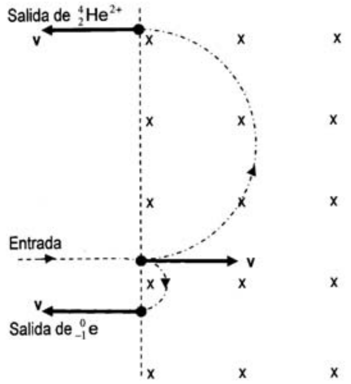
Por otro lado, para los espejos: $\frac{1}{s}+\frac{1}{s'}=\frac{2}{r} \quad \rightarrow \quad \frac{1}{-2}+\frac{1}{6}=\frac{2}{r} \quad \rightarrow \quad r = -6$ m

⇒ ***El espejo es cóncavo (r < 0) y su radio vale 6 metros. Forma, de un objeto colocado 2 m delante de él una imagen virtual (s' > 0; espejo) y directa (β' > 0), 6 metros por detrás del espejo (s' = 6 m), cuyo tamaño es tres veces mayor que el objeto (β' = 3).***

2A0302	***FÍSICA*** ***2ºA bach*** ***Campo magnético***	***15.04.05***

1.- Un campo magnético, uniforme y horizontal está limitado por la parte izquierda mediante un plano vertical, y es ilimitado por su parte derecha.
Perpendicular a él y horizontalmente, penetran en la región del campo una partícula α ($^4_2He^{2+}$) y un electrón ($^{0}_{-1}e$), ambos con la misma velocidad. Hallar las posiciones de salida de la región del campo, de ambas partículas. Será imprescindible un dibujo-esquema.
Datos: B = 100 mT.- v = 5x10^6 m/s.- $m_p \cong m_n \cong$ 1'67x10^{-27}kg.- m_e = 9'1x10^{-31} kg.- e = 1'6x10^{-19} C

En ambos casos, partícula α y electrón, aplicamos la fórmula vectorial: $\vec{F} = q\,(\vec{v} \times \vec{B})$



+ ***Partícula α***: $m_\alpha = 2m_p + 2m_n \cong 4m_p$ $q_\alpha = 2e$
Fuerza magnética sobre ella: F = q v B = 2e v B. Su dirección y sentido es, en la entrada, según la vertical y hacia arriba → es perpendicular a la velocidad → es una fuerza normal o centrípeta: $F = m_\alpha v^2/R_\alpha = 4\, m_p v^2/R_\alpha$ → origina en la partícula α un movimiento circular de radio:

$$R_\alpha = \frac{m_\alpha v}{q_\alpha B} = \frac{4m_p v}{2eB} = 2\frac{m_p v}{eB} = 2\,\frac{1'67x10^{-27}\,x5x10^{6}}{1'6x10^{-19}\,x0'1} = 1'04 \text{ m}$$

Distancia salida partícula α: $d_\alpha = 2\,R_\alpha$ = 2'08 m
→ ***La partícula α sale horizontalmente, en sentido contrario a su entrada, y a una distancia de 2'08 metros por encima de ella***

+ Electrón: m_e $q_e = -e$ Se repiten los razonamientos anteriores: F = q v B = - e v B $F = m_e v^2/R_e$
El signo menos señala que la trayectoria seguida por el electrón es circular pero recorrida hacia abajo (según señala el producto vectorial $\vec{F}_e = q_e\,(\vec{v} \times \vec{B}) = -\,e\,(\vec{v} \times \vec{B})$). Se verifica entonces:

$$R_e = \frac{m_e v}{q_e B} = \frac{m_e v}{eB} = \frac{m_e v}{eB} = \frac{9'1x10^{-31}\,x5x10^{6}}{1'6x10^{-19}\,x0'1} = 2'84x10^{-4} \text{ m} = 0'28 \text{ mm.}$$

Distancia electrón e^-: $d_e = 2\,R_e$ = 0'57 mm
→ ***El electrón sale horizontalmente, en sentido contrario a su entrada, y a una distancia de 0'57 milímetros por debajo de ella.***

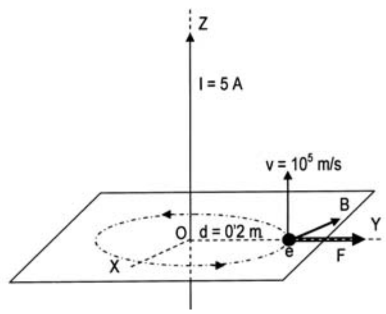
2.- Por un conductor recto e indefinido circula una corriente eléctrica de 5 A de intensidad (eje Z). En un instante determinado, un electrón se desplaza paralelamente a la corriente en su mismo sentido, a una distancia de 0'2 m, con velocidad de 10^5 m.s^{-1}. Determinar la fuerza que ejerce el campo magnético sobre el electrón (módulo, dirección y sentido). Datos: carga elemental, e = 1.6x10^{-19} C.; $\mu_0/4\pi$ = 10^{-7} T.m/A.

+ Campo creado por una corriente rectilínea indefinida (L. Biot y Savart), a una distancia R de ella:

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{R} = 2x10^{-7}\,\frac{5}{0'2} = 5x10^{-6} \text{ teslas}$$

Vectorialmente, según el sistema coordenado:
$\vec{B} = -B\,\hat{i} = -5x10^{-6}.\,\hat{i}$ teslas

→ $\boldsymbol{\vec{B} = -5x10^{-6}.\,\hat{i}}$ **teslas**



+ Fuerza magnética sobre el electrón, con velocidad $\vec{v} = v.\hat{k} = 10^5.\hat{k}$ m/s:

$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B}) = -e[v.\hat{k} \times (-B.\hat{i})] = e\,v\,B\,(\hat{k} \times \hat{i}) = e\,v\,B\,\hat{j} = 1'6\times10^{-19} \times 10^5 \times 5\times10^{-6}\,\hat{j}$

$$\boldsymbol{\vec{F} = 8 \times 10^{-20} . \hat{j}} \textbf{ newtons}$$

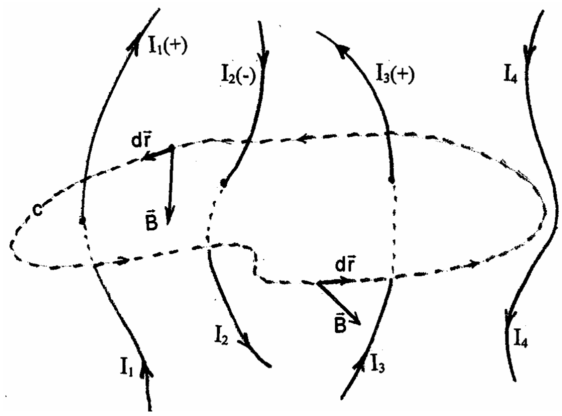
3.- Enunciado de la ley de Ampère, y explicación breve mediante algún ejemplo y dibujo.

"La circulación de un campo magnético a lo largo de una línea cerrada que enlaza las corrientes $I_1, I_2, ..., I_i, ..., I_n$ es

$$\boxed{\oint_c \vec{B}.d\vec{r} = \mu_0 \sum I_i}$$

donde $\sum I_i$ representa la corriente total neta enlazada por la línea cerrada c."

La aplicación de la ley de Ampère exige asignar un sentido de recorrido de la curva de integración. En virtud de esta elección, tomamos como _positivas_ las corrientes que atraviesan la superficie limitada por c en el sentido de avance de un tornillo que gire de acuerdo con el de recorrido de la curva, y _negativas_ las que lo hacen en sentido de avance contrario.



En el caso de la figura:

$$\oint_c \vec{B}.d\vec{r} = \mu_0\,(I_1 - I_2 + I_3)$$

Colegio Católico de Santa María (Marianistas)

FÍSICA ***2ºBACH – A*** 2º0F01

EXAMEN FINAL.- MAYO'04 **13.05.05**

BLOQUE A:

Problema 1º: ***Una descripción simple del átomo de Hidrógeno (modelo de Bohr) consiste en un único electrón girando en una órbita circular alrededor de un núcleo que contiene un solo protón, bajo la acción de una fuerza atractiva dada por la Ley de Coulomb. Si el radio de la órbita es 5,28 x 10^{-11}m, calcular:***

a) El número de revoluciones que da el electrón por segundo.

b) La energía potencial electrostática del electrón, en electronvoltios

c) Su energía total, en electronvoltios

Carga elemental e = 1,6 x 10^{-19} C
Masa del electrón, m_e= 9,10x 10^{-31}kg
k = 9 x 10^9 N.m^2.C^{-2}

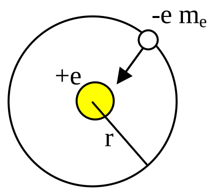
Electrón: carga, q_e = - e masa, m_e Protón: carga, q_p = +e

a) La fuerza responsable del movimiento del electrón en torno al núcleo de hidrógeno, (fuerza de Coulomb), es una fuerza central y centrípeta. verificándose: $\vec{F} = m\vec{a}_n \rightarrow$ igualando los módulos:

$$k\frac{e^2}{r^2} = m_e r\,\omega^2 \quad\rightarrow\quad \omega^2 = \frac{k\,e^2}{m_e r^3} \quad\rightarrow\quad \omega = 4'147\text{x}10^{16}\ \text{rd/s} \quad\rightarrow\quad f = \frac{\omega}{2\pi} = \boldsymbol{6'60\text{x}10^{15}\ Hz}$$

b) Energía potencial del electrón: $E_p = k\frac{q_p q_e}{r} = -k\frac{e^2}{r} = -\,4'364\text{x}10^{-18}$ J = ***– 27'27 eV***

c) Energía total: $E = E_p + E_c$



+ Energía potencial: $E_p = k\,\frac{q_p q_e}{r} = -k\frac{e^2}{r}$

+ Energía cinética: $E_c = ½\ m_e\,v^2 = ½\ k\frac{e^2}{r}$

La expresión de la energía cinética se deduce así:

Fuerza de Coulomb = masa del electrón x aceleración normal

$$k\frac{q_p q_e}{r}\hat{r} = m\,a_n\hat{n} \quad\wedge\quad \hat{r} = -\hat{n} \quad\Rightarrow\quad k\frac{e^2}{r^2} = m_e\frac{v^2}{r}$$

$$\rightarrow\quad m_e\,v^2 = k\frac{e^2}{r} \quad\rightarrow\quad E_c = ½\ m_e\,v^2 = ½\ k\frac{e^2}{r}$$

Por tanto: $E = E_p + E_c = -k\frac{e^2}{r} + ½\ k\frac{e^2}{r} = -\,½\ k\frac{e^2}{r} = ½\ E_p = ½\ (\text{-}27'27\ \text{eV}) =$ ***– 13'64 eV***

Problema 2º: ***Una lente biconvexa delgada, de radios de curvatura iguales a 12 cm y de 8,33 dioptrías de potencia, proyecta sobre una pantalla una imagen de tamaño 20 veces mayor que el del objeto. Determinar a qué distancia de la lente es necesario colocar el objeto y la pantalla, así como el índice de refracción de la lente.***

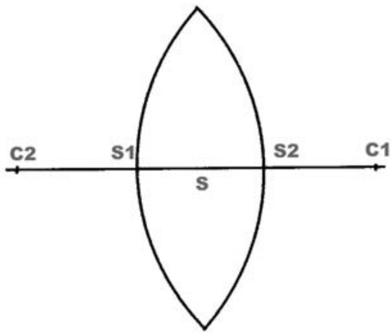
Radios: r_1 = 0'12 m r_2 = - 0'12 m

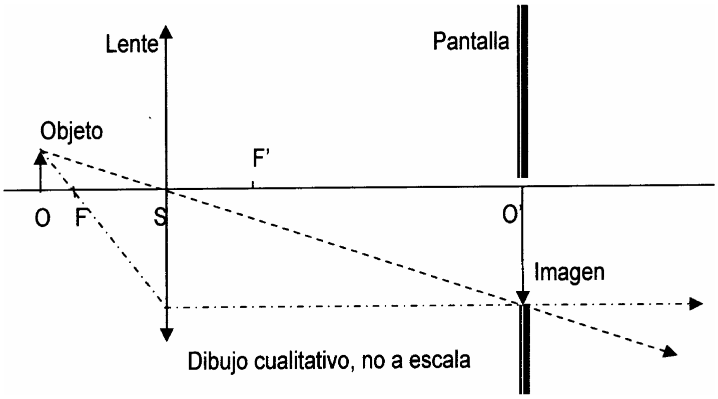
$$P' = \frac{1}{f'} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) \qquad 8'33 = (n-1)\left(\frac{1}{0'12} - \frac{1}{-0'12}\right) \qquad 8'33 = (n-1)\ 16'67 \qquad \boldsymbol{n = 1'5}$$

Los rayos se toman de izquierda a derecha, luego s < 0.- La imagen se ha de formar en una pantalla, por tanto, debe ser real, s' > 0.- El aumento lateral es entonces, $\beta' = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} < 0$.- En nuestro problema, $\beta' = \frac{s'}{s} = -20 \rightarrow s' = -20\,s$ Por otro lado, $-\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f'}$

$\rightarrow -\frac{1}{s} + \frac{1}{-20s} = 8'33 \Rightarrow$ s = -0'126 m = - 12'6 cm   s' = - 20 s = 252 cm = 2'52 m

Así pues, ***el índice del vidrio de la lente es 1'5.- El objeto se ha de colocar a 12'6 cm delante de la lente (muy próxima a su foco objeto; focal de la lente f' = 12 cm).- La imagen es real, invertida y se sitúa sobre la pantalla, a 2'52 m por detrás de la lente.***





BLOQUE B:

***Problema 1º:* Se lanza verticalmente hacia arriba, desde la superficie de la Tierra, un cuerpo de 1000 kg con una velocidad de 8000 m/s.**

a) ¿Qué altura alcanzará?
b) ¿Qué energía posee entonces ese cuerpo?
c) ¿Cuánto vale a esa altura la aceleración de la gravedad g?

Se toman como únicos datos: Radio de la Tierra, R = 6400 km $g_0 = 9'8$ m/s²

a) Sea A el punto de la superficie de la Tierra desde el que se lanza el cuerpo, y B el punto hasta el que asciende. Lo hace según la vertical, luego sube hasta detenerse, $v_B = 0$, y luego baja (como una piedra que se lanza verticalmente). El cuerpo no podrá orbitar (¿quién le va a proporcionar la velocidad trasversal?).
Masa de la Tierra, M.
Distancia desde el centro de la tierra a un punto, r = R + h, siendo h la altura, o sea, la distancia desde la superficie terrestre hasta el punto. Energías mecánicas en A y en B:

$$E_m(A) = E_c(A) + E_p(A) = \tfrac{1}{2}\,m\,v^2 - G\frac{Mm}{R} = \tfrac{1}{2}\,m\,v^2 - mG\frac{M}{R^2}R = \tfrac{1}{2}\,m\,v^2 - m\,g_0\,R =$$

$$= \tfrac{1}{2} \times 1000 \times 8000^2 - 1000 \times 9'8 \times 6'4\times10^6 = 3'200\times10^{10} - 6'272\times10^{10} = -3'072\times10^{10} \text{ julios}$$

$$E_m(B) = E_p(B) = -G\frac{Mm}{r} = -mG\frac{M}{R^2}R\left(\frac{R}{r}\right) = -\,m\,g_0\,R\left(\frac{R}{r}\right) =$$

$$= -1000 \times 9'8 \times 6'4\times10^6 \times\left(\frac{R}{r}\right) = -6'272\times10^{10}\left(\frac{R}{r}\right) = -4'014\times10^{17}\left(\frac{1}{r}\right)$$

Desde A hasta B sólo actúa la fuerza conservativa gravitatoria, por lo que la energía mecánica del cuerpo se conserva. Es decir:

$$E_m(A) = E_m(B)$$

$- 3'072x10^{10} = - 4'014x10^{17}\left(\frac{1}{r}\right) \quad \rightarrow \quad r \cong 13070$ km $\quad \rightarrow \quad h \cong r - R =$ ***6670 km***

b) Energía mecánica del cuerpo en B: $E_m(B) = E_m(A) =$ ***– 3'072 x10^10 julios***

c) Aceleración de la gravedad en B, a la altura h o distancia r al centro de la Tierra:

$$g = G\frac{M}{r^2} = G\frac{M}{R^2}\left(\frac{R}{r}\right)^2 = g_0\left(\frac{R}{r}\right)^2 = 9'8 \times \left(\frac{6400}{13070}\right)^2 = \mathbf{2'35\ m/s^2}$$

<u>Problema 2º:</u> Dos focos emisores, en fase, envían ondas sonoras de 100 Hz con la misma intensidad, de valor $I_0 = 10^{-5}$ vatios/m².

d) En un punto P que dista de cada foco 83'4 m y 80'0 m, se ha situado un aparato registrador de sonido. Sabiendo que la velocidad de las ondas es de 340 m/s, determina cuánto vale la intensidad del sonido en P.

e) En un punto Q que dista de cada foco 83'4 m y 81'7 m, ¿cuánto vale la intensidad sonora?

f) ¿Y en un punto S que dista de cada foco 83'4 m y 82'0 m, cuánto vale la intensidad sonora?

Tener en cuenta que $I = 4I_0 \cos^2(1/2\ \Delta\Phi)$ donde $\Delta\Phi$ es el desfase entre ambas ondas que interfieren.

f = 100 Hz $\quad \omega = 2\pi f = 200\pi$ rd.s^{-1} $\quad I_0 = 10^{-5}$ W m^{-2} $\quad v_p = 340$ m.s^{-1} $\quad \lambda = \frac{v_p}{f} = 3'4$ m

a) En P: $\Delta x = 83'4 - 80'0 = 3'4$ m luego $\Delta x = \lambda \rightarrow$ En P hay un máximo de interferencia

$\rightarrow$ Intensidad en P: $I = 4\ I_0 =$ ***$4x10^{-5}$ W m^{-2}***

b) En Q: $\Delta x = 83'4 - 81'7 = 1'7$ m luego $\Delta x = \lambda/2 \rightarrow$ En P hay un mínimo de interferencia

$\rightarrow$ Intensidad en Q: $I =$ ***0 W m^{-2}***

c) En S: $\Delta x = 83'4 - 82'0 = 1'4$ m $\quad \Delta\Phi = k\ \Delta x = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta x = 0'8235\ \pi$ rd $= 148'235º$

$\rightarrow$ En S no hay ni máximo ni mínimo de interferencia.

$\rightarrow$ Intensidad en S: $I = 4\ I_0 \cos^2(\frac{1}{2}\ \Delta\Phi) = 4\ x10^{-5} \cos^2(74'1176º) =$ ***$3x10^{-6}$ W m^{-2}***

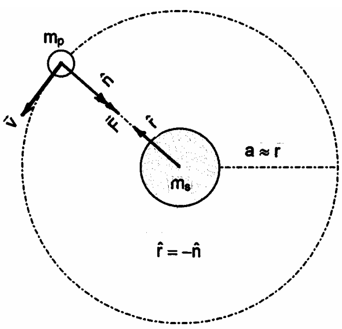
<u>*CUESTIONES:*</u>

<u>Cuestión 1ª</u>(obligatoria para el bloque A) Escribir las leyes de Kepler del movimiento de rotación de los planetas alrededor del Sol. A partir de la Ley de Gravitación de Newton, demostrar la tercera ley de Kepler para una órbita circular.

I.- *Los planetas describen órbitas elípticas, estando el Sol en uno de sus focos. (**Ley de las órbitas**)*

II.- *El vector de posición de cualquier planeta con respecto al Sol barre áreas iguales de la elipse en tiempos iguales. (**Ley de las áreas**).*

III.- *Los cuadrados de los periodos de revolución son proporcionales a los cubos de las distancias promedio de los planetas al Sol. (**Ley de los periodos**.* Esta ley puede expresarse por la ecuación $R^3 = k\ T^2$, siendo k una constante de proporcionalidad)."



♦ <u>La tercera ley de Kepler</u>, la ley de los periodos, podemos justificarla fácilmente para trayectorias circulares (la trayectoria de la mayoría de los planetas del sistema solar es elíptica de excentricidad muy pequeña, como puede verse en el cuadro inferior); por tanto son prácticamente orbitas circulares).

La fuerza ejercida por el Sol sobre el Planeta es entonces ***la fuerza centrípeta que produce su movimiento.***

Llamando m_S y m_P a las masas del Sol y del Planeta, respectivamente, la fuerza que actúa sobre el planeta es

$$\vec{F} = - G \frac{m_S . m_P}{r^2} \hat{r}$$

Aplicando la ley fundamental de la dinámica al Planeta, $\vec{F} = m_P\ \vec{a}_n = - m_P\ a_n\ \hat{r}$ Por tanto,

$$- G \frac{m_S . m_P}{r^2} \hat{r} = - m_P\ a_n \hat{r} \quad \Rightarrow \quad G \frac{m_S}{r^2} = a_n$$

La aceleración normal puede escribirse así:

$$a_n = v^2/r = r\ \omega^2 = r\ (2\pi/T)^2 = 4\ \pi^2\ r\ /\ T^2$$

Por tanto: $$G \frac{m_S}{r^2} = \frac{4\ \pi^2 . r}{T^2} \quad \Rightarrow \quad T^2 = \left(\frac{4\ \pi^2}{G\, m_S} \right) r^3$$

donde r, radio de la circunferencia-órbita. En el caso de órbitas elípticas, r es el semieje mayor de la elipse. Es pues la expresión de la tercera ley de Kepler.

<u>Cuestión 2ª</u>(a elegir) Enunciar la ley de Lenz-Faraday de la inducción electromagnética. ¿Puede inducirse una f.e.m. en una espira situada en el seno de un campo magnético constante? Justifica tu respuesta.

a) <u>Ley de Lenz-Faraday</u>: ***"La fuerza electromotriz $\mathcal{E}$ inducida en un circuito es igual a la variación del flujo magnético Φ que lo atraviesa, por unidad de tiempo. La fem inducida produce en el circuito una corriente cuyo sentido es tal que con su acción tiende a oponerse a las causas que producen la variación de flujo".***

$$\boxed{\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}}$$

b) Sí, puede inducirse una fem. Para que en un circuito aparezca una corriente inducida es preciso que el flujo a través de él varíe con el tiempo. Puesto que (en el caso más simple) $\Phi = B\ .\ S\ .\ \cos\varphi$ aún cuando B pueda ser constante, el flujo puede variar si lo hace la superficie del circuito, S, o el ángulo φ que ésta forma con el vector campo magnético $\vec{B}$.

<u>Cuestión 3ª</u>(a elegir) En un instante dado un electrón se mueve con velocidad v, sobre el eje x en sentido positivo, en una región en la que existe un campo magnético $\vec{B}$, en sentido negativo del eje z. ¿Cuál es la dirección y sentido de la fuerza magnética? ¿Cuánto vale? ¿Qué tipo de movimiento describirá el electrón? (Figura, resolución vectorial, concretar la trayectoria del movimiento)

$$q_e = - e \qquad \vec{v} = v.\hat{i} \qquad \vec{B} = - B\ .\hat{k}$$

$$\vec{F} = q_e(\vec{v} \times \vec{B}) = +e(v.\hat{i} \times B.\hat{k}) = e\,v\,B(\hat{i} \times \hat{k}) = -e\,v\,B.\,\hat{j}$$

$$\text{Por lo tanto,} \quad \vec{F}: \begin{cases} \text{Direc. y sent.: según el sentido negativo del eje Y} \\ \text{Valor: } F = e\,v\,B \\ \text{Tipo de mov. y trayectoria: movimiento circular uniforme.} \end{cases}$$

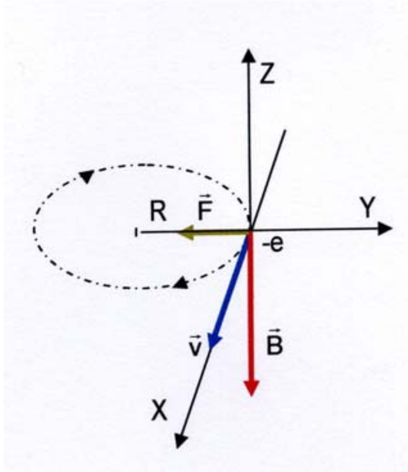
Más datos sobre el tipo de movimiento:
+ La trayectoria circular está situada en el plano XY, y es tangente al eje X en el origen de coordenadas.

El radio R de la trayectoria vale $R = \dfrac{m_e v}{e\,B}$, como se deduce así:

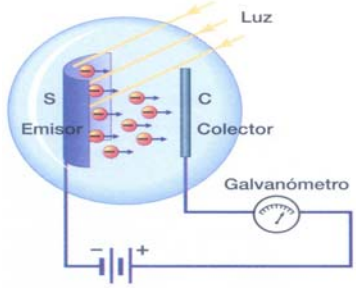
Fuerza magnética = Masa del electrón x aceleración normal

$$\leftrightarrow \quad e\,v\,B = m_e \frac{v^2}{R} \quad \rightarrow \quad R = \frac{m_e v}{e\,B}$$

Figura, a la derecha.



__Cuestión 4ª__(obligatoria para el bloque B) Efecto fotoeléctrico. En el efecto fotoeléctrico se habla de frecuencia umbral ¿qué significado tiene? ¿Puede definirse también una intensidad umbral? ¿y una longitud de onda umbral? Razonar las contestaciones.



El efecto fotoeléctrico consiste en la emisión de electrones por parte de un metal, al incidir sobre él radiación electromagnética de frecuencia adecuada. Hay electrones que son capaces de absorber la energía de la onda y abandonar dicha superficie, pudiendo dar lugar a una corriente eléctrica.

Para que el efecto fotoeléctrico tenga lugar, es preciso que <u>la frecuencia de la radiación ν supere un valor umbral ν_0</u>. En efecto, la absorción de energía se opera mediante fotones, y la energía de cada fotón $h\nu$ que es absorbido por un electrón expulsado del metal ha de ser igual o superior a la energía de extracción $W_0 = h\nu_0$, energía ésta mínima para que el electrón pueda liberarse del metal.

Cada electrón expulsado, tras superar la barrera de potencial del metal V_0 (potencial de frenado, $\frac{1}{2} m_e v^2 = e\,V_0$), queda libre con una energía cinética $\frac{1}{2} m_e v^2$. Se verifica así la denominada ecuación de Einstein:

$$\tfrac{1}{2} m_e v^2 = h\,\nu - W_0 \quad \wedge\, W_0 = h\nu_0 \quad \rightarrow \quad \tfrac{1}{2} m_e v^2 = h\,(\nu - \nu_0)$$

A la frecuencia umbral ν_0 corresponde una <u>longitud de onda umbral</u>, $\lambda_0 = \dfrac{c}{\nu_0}$, por encima de la cual el efecto fotoeléctrico no tiene lugar.

Puesto que la emisión de fotoelectrones se opera por absorción de fotones, tan pronto como sobre el metal incidan fotones de frecuencia superior a la umbral aparecerá una corriente eléctrica, aún con intensidades de luz bajas. La intensidad de corriente sí depende de la intensidad de la luz incidente, pero no existe una intensidad umbral de la misma.